

УТВЕРЖДАЮ:

Первый проректор Южного
федерального университета,
доктор экономических наук,
профессор

Сероштан

М. В. Сероштан

«03» марта 2015 г.



ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Южный федеральный университет» о диссертационной работе Новиковой Ольги Викторовны «Исследование нелинейного комплексного дифференциального уравнения в частных производных, обладающего парой Лакса», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

1. Актуальность темы

Немалое количество задач о нелинейных волнах описывается математическими моделями, представляющими собой нелинейные дифференциальные уравнения в частных производных, которые обладают солитоноподобными решениями. Решение таких задач является предметом исследования теории солитонов, имеющей огромные перспективы в различных физических приложениях.

Следует отметить достоинства уравнений, обладающих операторной структурой Лакса. Порождаемые этой структурой нелинейные уравнения допускают применение большого арсенала методов отыскания их решений, таких как, метод Хироты, возможность построения большого числа точных решений в виде бегущих волн, тест на свойство Пенлеве, построение автомодельных решений и др.

На современном этапе развития математической теории солитонов вызывают большой интерес комплексные нелинейные уравнения. Нелинейное уравнение типа Шрёдингера исследовалось, например, в работах Борзых А.В., Есмахановой К.Р., Хасanova А.Б., Рейимберганова А.А.. Комплексное уравнение Ландау-Гинзбурга рассматривалось в работах Сидорова С.В., Шишмарёва И.А., Цуцуми М., Комарова М.В.

Всё это даёт основание утверждать, что научная проблема, рассматриваемая в диссертации, является, бесспорно, актуальной.

2. Степень обоснованности научных положений и выводов

Результаты, полученные в работе, являются в полной мере обоснованными и непротиворечивыми. Для доказательства интегрируемости и получения точных решений использованы методы солитонной математики. Их применение имеет достаточные обоснования. Теоретические результаты оформлены в виде лемм и теорем с логичными и в меру подробными доказательствами.

3. Достоверность результатов и выводов диссертации

Результаты диссертационной работы чётко сформулированы и строго доказаны. При использовании результатов других авторов даны необходимые ссылки. Выполнена проверка полученных решений, поэтому достоверность результатов проведенных исследований не вызывает сомнений.

4. Научная новизна результатов исследования

Диссертационная работа посвящена изучению комплексного уравнения в частных производных $\bar{p}_t - ip_{xx} + 2ip(p^2 + \bar{p}^2) = 0$. Данное уравнение является уравнением типа Шрёдингера по виду линейной части, но отличается от него видом нелинейности. Рассматриваемое уравнение обладает парой Лакса с самосопряженным оператором рассеяния Дирака второго рода.

Уравнение исследовалось впервые, все полученные результаты являются новыми.

Основные результаты диссертации заключаются в том, что для исследуемого уравнения:

1. Получена операторная коммутационная структура в виде уравнения Лакса с дифференциальными операторами: оператором рассеяния Дирака второго рода и оператором, задающим динамику собственных функций второго порядка, с матричными коэффициентами.
2. Построены точные решения в виде бегущих волн.
3. Найдены точные решения с помощью метода Хироты, среди которых имеется частное решение в виде кинка.
4. Доказано обладание свойством Пенлеве, найдены решения в виде рядов Лорана:

- с полюсом первого порядка;
- с мнимой аналитической частью и действительной частью с полюсом первого порядка;
- с аналитической действительной частью и мнимой частью с полюсом первого порядка.

5. Осуществлен поиск автомодельных решений.

5.1. Выполнены автомодельные преобразования, сводящие нелинейное уравнение к обыкновенному дифференциальному уравнению третьего порядка с параметром k .

5.2. Проведен анализ обыкновенного дифференциального уравнения на структуру решения в виде ряда.

5.3. Получены решения в виде рядов двух типов: с полюсными особенностями (с фиксированным полюсом первого порядка и полюсом, зависящим от параметра k) и в виде степенных рядов.

5.4. Доказано существование конечных последовательностей нулевых коэффициентов в рядах, длина которых растёт с увеличением $|k|$.

5.5. Найдены рекуррентные формулы для определения остальных коэффициентов.

5. Научная значимость результатов

Работа носит теоретический характер. Данные результаты представляют научный интерес для специалистов, занимающихся изучением нелинейных проблем, и могут использоваться в исследованиях, проводимых в Южном федеральном университете, Московском государственном университете имени М. В. Ломоносова, Воронежском государственном университете, Кабардино-Балкарском государственном университете имени Х. М. Бербекова, Северо-Кавказском федеральном университете и других научных организациях.

6. Публикации

Результаты исследований докладывались автором на всероссийских и международных научных конференциях. Все результаты диссертационной работы полностью и своевременно опубликованы в 12 работах, из них 4 статьи – в изданиях, рекомендованных ВАК РФ. Общий объём публикаций составил 34 страницы.

7. Основное содержание работы

Диссертация изложена на 146 страницах, включает в себя 2 рисунка и 9 таблиц; состоит из содержания, введения, двух глав, разбитых на параграфы (некоторые разбиты на пункты), заключения и списка литературы, включающего 170 наименований.

Во введении обоснована актуальность темы, сформулированы цель и методы диссертационного исследования, раскрыты научная новизна, достоверность и обоснованность результатов, научная значимость работы, а также перечислены основные положения диссертации, выносимые на защиту, и краткий обзор содержания работы. Здесь же приведены апробация работы и публикации автора по теме диссертации.

Первая глава представляет собой обзор представлений о теории нелинейных уравнений с солитонными свойствами.

В параграфе 1.1 в развернутом виде представлена история развития науки о солитонах с истоков формирования до настоящего времени, раскрыты движущие факторы её эволюции, описаны существующие подходы к поставленным задачам на каждом этапе становления солитонной математики, а также приведен обзор работ, близких к теме диссертационного исследования. Параграф 1.2 содержит сведения об операторных структурах, приводящих к интегрируемым нелинейным уравнениям. В параграфе 1.3 представлены методы нахождения точных решений, применяемые в работе к исследуемому уравнению: нахождение точных решений в виде бегущих

волн, метод Хироты, метод Пенлеве, построение автомодельных решений.

Вторая глава диссертации посвящена анализу исследуемого комплексного нелинейного уравнения с помощью методов солитонной математики.

В параграфе 2.1 описан вывод исследуемого уравнения с помощью операторной структуры нулевой кривизны и найдена эквивалентная исходному уравнению система уравнений в частных производных на две действительные функции. В параграфе 2.2 найдена коммутационная структура в виде уравнения Лакса. В параграфе 2.3 построены точные решения в виде бегущих волн. В параграфе 2.4 для нахождения точных решений используется метод Хироты. В параграфе 2.5 уравнение исследуется на наличие свойства Пенлеве, находятся три типа решений в виде рядов Лорана.

Поиск автомодельных решений рассмотрен в параграфе 2.6. В пункте 2.6.1 выполняются автомодельные преобразования, сводящие нелинейное уравнение к обыкновенному дифференциальному уравнению с параметром. В пункте 2.6.2 это уравнение анализируется на структуру решения в виде ряда. Получение решений двух видов в зависимости от области изменения параметра рассмотрено в пунктах 2.6.3 и 2.6.4: анализируются степени, при которых возникают свободные коэффициенты, выявляются блоки нулевых членов и строится рекуррентная формула для нахождения последующих коэффициентов. В пункте 2.6.5 проводится дополнительный анализ, выявляющий, в каком случае члены рядов являются рациональными или иррациональными.

В заключении диссертации описаны результаты диссертационной работы, их новизна и перспективы дальнейшего развития.

Заключение

В целом, работа выполнена на высоком математическом уровне, однако, при чтении диссертации прослеживаются некоторые стилистические погрешности изложения. Данное замечание не затрагивает основные положения диссертации и не снижает положительной оценки проведенных исследований и полученных результатов, а носит редакционный характер.

На основании изложенного считаем, что диссертационная работа Ольги Викторовны Новиковой «Исследование нелинейного комплексного дифференциального уравнения в частных производных, обладающего парой Лакса» является законченной научно-квалифицированной работой, содержащей решение задач, имеющих существенное значение для теории солитонной математики. Работа актуальна, а полученные автором результаты достоверны и математически обоснованы.

Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации.

Содержание диссертации полностью соответствует паспорту научной специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Диссертация Ольги Викторовны Новиковой удовлетворяет критериям «Положения о присуждении учёных степеней», утверждённого постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. № 842, в том числе всем требованиям пункта 9, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук.

Считаем, что Новикова Ольга Викторовна, несомненно, заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв подготовил Михаил Юрьевич Жуков доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой вычислительной математики и математической физики Института математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича Южного федерального университета (адрес: 344090, г. Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 8-А; телефон: +7(863) 2-975-111; e-mail: myuzhukov@mail.ru).

Отзыв обсужден и утвержден на заседании кафедры вычислительной математики и математической физики Южного федерального университета «18» февраля 2015 года, протокол № 3.

Заведующий кафедрой вычислительной
математики и математической физики ЮФУ
доктор физико-математических наук,
профессор

Михаил Юрьевич Жуков

